

The Measurement of the Skewness of Lorenz Curve and its Application

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2021-04-22 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 前田, 修也 メールアドレス: 所属:
URL	https://tohoku-gakuin.repo.nii.ac.jp/records/24550

【研究ノート】

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

前 田 修 也

目 次

- 〔I〕 は じ め に
- 〔II〕 ローレンツ曲線の歪度測定法
- 〔III〕 クズネッツ仮説とローレンツ曲線の歪度
——計測結果と比較——
- 〔IV〕 むすびにかえて

〔I〕 は し が き

Kakwani〔5〕は、クズネッツのいわゆる逆U字仮説を、ローレンツ曲線の歪度という文脈で捉えその測定法を展開している。また、1960年代の統計資料ではあるが、50カ国に及ぶ所得分布統計でこれを計測・確認している。本稿は、ローレンツ曲線の歪度測定法を簡潔に要約・紹介し、今回（1985年）国連より初めて報告された資料に基づき36カ国の所得分布統計でローレンツ曲線の歪度測定を行ない、Kakwani〔5〕との比較・検討を行なうことを目的としている。

〔II〕 ローレンツ曲線の歪度測定法

〔II〕 — (1) ローレンツ曲線の一般的定義

今、所得Xを確率密度関数 $f(X)$ を持つ確率変数とすると

$$F(x) = \int_0^x f(X) dX \text{ ————— (1)}$$

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

は、 x 以下の所得を持つ単位（例えば世帯，個人）の全単位に対する比率であると解釈される。ここで、 $f(X) \geq 0$ は

$$\frac{d}{dX}F(X) = f(X) \text{ ————— (1')} \quad (1')$$

である。

次に、この分布の平均を m とすると X の第1次モーメントは

$$F_1(x) = \frac{1}{m} \int_0^x Xf(X)dX \text{ ————— (2)} \quad (2)$$

と定義され、 $[0, 1]$ の変域をもつことになる。更に、 $f(X)$ が連続であるなら、明らかにその第1次微分は次のようになる。

$$\frac{dF_1(x)}{dx} = \frac{x \cdot f(x)}{m} \text{ ————— (2')} \quad (2')$$

ローレンツ曲線は、まさにこの $F(x)$ と $F_1(x)$ によって示される2つの関数を示す関係にはかならず、 $F(x)$ を横軸に $F_1(x)$ を縦軸にとり、単位正方形(1, 1)内に任意の x に従い打点することにより、通常のローレンツ曲線が現われることになる。この曲線の性質は次のようである。

まず、曲線の傾きは(1')式と(2')式より

$$\frac{dF_1}{dF} = \frac{x}{m} \geq 0$$

となり、明らかに常に正である。また、同じように2次微分は、

$$\frac{d^2F_1}{dF^2} = \frac{d}{dF} \left(\frac{dF_1}{dF} \right) = \frac{1}{mf(x)} > 0$$

となり、正の単純増加関数すなわち F 軸に対して凸或いは、 $F_1 \leq F$ である。 $F_1 = F$ の時を特に完全均等線 (egalitarian line)上にあるという。

〔II〕— (2) ローレンツ曲線の歪度 (1)

Kakwani[5]に、ローレンツ曲線の歪度測定とその応用に関して極めて有益な命題が導かれている。本節では、それらの命題とその導出をごく

簡単に要約し紹介することを目的としている。まず、ここで用いられる表記を簡単に要約しておく。

今、(1)式で定義された $F(x)$ の代わりに、 $0 \leq p \leq 1$ での p を置き換えて、

$$L(p) = F_1(x) \text{ ————— (3)}$$

$$p = F(x) \text{ ————— (4)}$$

とする。(1)式、(2)式、(3)式、(4)式より明らかに

a) $p = 0$, のとき $L(p) = 0$

b) $p = 1$, のとき $L(p) = 1$

c) $L'(p) = \frac{x}{m} \geq 0$, また $L''(p) = \frac{1}{mf(x)} > 0$

d) $L(p) \leq p$

となる。このような変換によって、 $L(p)$ は、最低所得よりかぞえて p 番目までの世帯（或いは他の所得受取単位）が得ている所得そのものを示すことになる。

次に、 $\psi(p) = p - L(p)$ で定義される $\psi(p)$ を考える。 $\psi(p)$ は次のような性質をもつ。

すなわち、

$$d\psi(p)/dp = p' - L'(p) = 1 - L'(p) \text{ ————— (6)}$$

$$d^2\psi(p)/dp^2 = \{1 - L'(p)\}'/dp = -L''(p) \text{ ————— (7)}$$

また、(5)式より明らかに $p = 0$, と $p = 1$ で 0 となり、 $dF_1/dF = x/m$ を考えると次の命題が導かれることになる。

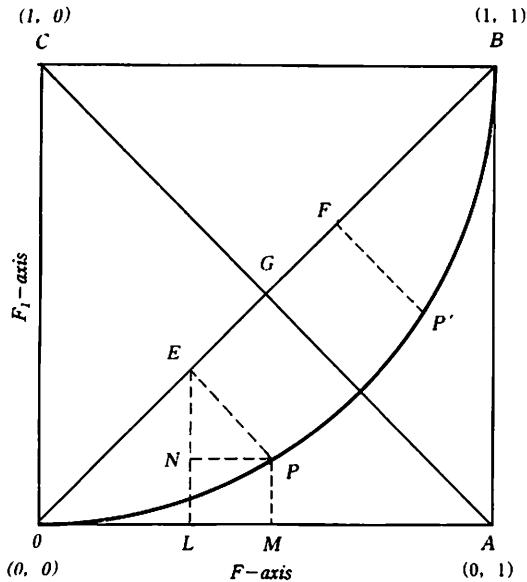
命題(1) ; ローレンツ曲線と完全均等線との距離は、所得水準 x が m (平均所得) に等しい時最大となる。

次に、ローレンツ曲線上に完全均等線と垂直に交わるもう一つの対角線を考えることで、この曲線の対称性——歪度——の測定を考察する。

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

今、ローレンツ曲線上の任意の点 p , p' から均等分配線におろされた線分をそれぞれ PE , $P'F$ とする。もし $EG=GF$ なら、対称ローレンツ曲線では $PE=P'F$ となり、また非対称ローレンツ曲線なら $P'F > PE$ のとき曲線は $(0, 0)$ に対して歪み、また逆に $P'F < PE$ なら曲線は $(1, 1)$ 方向に対して歪んでいることになる¹⁾。

図 (I)



さて、任意の点 P が座標 (p, q) を持つとすると、図 (I) より $OM=OL+LM$, と $EL=EN+NL$ となり、更に $OL=LE=(1/\sqrt{2})$

1) 歪度の表現には注意が必要である。分布の長い裾が右にある分布を呼ぶには次のような表現がある。左傾分布、正の歪みをもつ分布、右に歪んだ分布、be skewed toward right, 等である。同様に、分布の長い裾が左にある分布には、右傾分布、負の歪みをもつ分布、左に歪んだ分布、be skewed toward left, 等である。

OE, と $EN=NP=(1/\sqrt{2})PE$ が明らかである。何故なら, $OM=P$ かつ $NL=PM=q$ であるから, $P=(1/\sqrt{2})(OE+PE)$ かつ $q=(1/\sqrt{2})(OE-PE)$ となりこれより,

$$OE=(1/\sqrt{2})(p+q) \quad \text{かつ} \quad PE=(1/\sqrt{2})(p-q) \quad \text{--- (8)}$$

となる。同様に P' を, 座標 (p', q') を持つ任意の点とすると, 次式が成り立つ。

$$OF=\frac{1}{\sqrt{2}}(p'+q') \quad \text{かつ} \quad P'F=\frac{1}{\sqrt{2}}(p'-q') \quad \text{--- (9)}$$

(8) 式と (9) 式より

$$p'+q'=2-p-q \quad \text{--- (10)}$$

となり, もしローレンツ曲線が対称であるなら, $PE=P'F$ となることから明らかに

$$p'-q'=p-q \quad \text{--- (11)}$$

となる。(10) 式と (11) 式より, $p'=(1-q)$ かつ $q'=(1-p)$ が得られ (p', q') がローレンツ曲線 $q=L(p)$ 上の点であるとして、次の命題が導ける。

命題 (2) ; $1-P=L(1-q)$ の時, 一義的にローレンツ曲線 $q=L(p)$ は均等分配線に直交する対角線に対して対称である。

P' が座標 $(1-q), (1-p)$ をもつローレンツ曲線上の任意の点であると考えると, $EG=GF, P'F=P'E$ となり命題 (2) の充分条件がこれで充される。

次に命題 (2) の $1-P=L(1-q)$ を p で微分することによって次式が得られる。

$$L'(1-q)L'(p)=1 \quad \text{--- (12)}$$

命題 (1) で我々は $\psi'(p)=1-L'(p)$ より $x=m$ (平均所得) での P を P_m とすることにより $P=P_m$ の時 $L'(p)$ が 1 になることをみてきた。そこで (12) 式は

$$L'(P_m) = 1 \text{ かつ } L'(1 - q_m) = 1$$

となる。ここで $q_m = L(P_m)$ である。また、 $L''(p) > 0$ なることを考え合せると、次の命題を導くことができる。

命題 (3) ; もしローレンツ曲線が対称であるなら、平均所得 m に対応する点 $[P_m, L(P_m)]$ は、完全平等線に直交するもう一つの対角線上にある。すなわち次式が成り立つ。

$$P_m + L(P_m) = 1$$

[II] — (3) ローレンツ曲線の歪度 (2)

前節にて定義済みの $F(x), F_1(x)$ 上の任意の点を P とする。図 (II) にしたがって、 PQ は均等分配線上への垂線の長さである。図より明らかなように、 $OM = OL + LM$, $QL = QN + NL$, さらに、 $OL = LQ = 1/\sqrt{2}$ π , $NQ = NP = 1/\sqrt{2} \eta$ (π と η はそれぞれ PQ と OQ の長さ) である。

これより

$$\pi = \frac{1}{\sqrt{2}} (F + F_1), \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}} (F - F_1) \quad \text{————— (13)}$$

が得られる。

通常のローレンツ曲線の性質上、 $F_1 \leq F$ であるか $\eta \geq 0$ であり、また $\eta \leq \pi$ である。この π と η を用いてローレンツ曲線を

$$\eta = g(\pi) \quad \text{————— (14)}$$

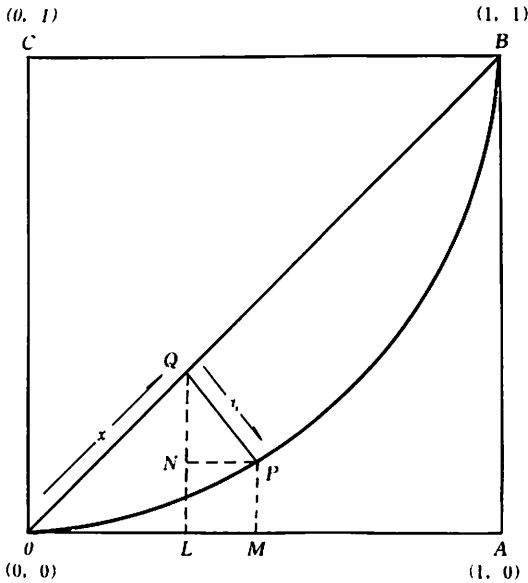
と表わす ($0 \leq \pi \leq \sqrt{2}$, $g(\pi) > 0$)。

ここで、前節で得られた命題により、もし (14) 式で定義されるローレンツ曲線が対称なら π での η の値と $(\sqrt{2} - \pi)$ の値が等しくなる。すなわち、

$$g(\pi) = g(\sqrt{2} - \pi) \quad \text{————— (15)}$$

となる。したがって $g(\pi) > g(\sqrt{2} - \pi)$ なら、ローレンツ曲線は (1, 1) 方向に歪み逆に $g(\pi) < g(\sqrt{2} - \pi)$ なら (0, 0) 方向に歪んでいることになる。

図 (II)



Kakwani〔5〕は、4種類の推定法を提示し、それぞれの試算を行なっている。本稿では、この中から一方法を採用し Kakwani 自身が世界50ヶ国について行なった計測結果（後述）と比較することにする。すなわち、次のような曲線を仮定する。

$$y = a\pi^\alpha (\sqrt{2} - \pi)^\beta \text{ ————— (16)}$$

ここで、 $a > 0$ 、 $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ である。 $a > 0$ を仮定することにより、 $g(\pi) \geq 0$ すなわち通常のローレンツ曲線が完全均等線の下にあることを示し、また $\alpha > 0$ 、 $\beta > 0$ であれば $g(\pi)$ が、 $\pi = 0$ か $\pi = \sqrt{2}$ のとき0であることを示している。さて、(15)式より $\alpha = \beta$ のとき曲線は対称で、 $\beta > \alpha$ なら(1, 1)方向に歪み $\alpha > \beta$ のとき(0, 0)方向に歪んでいることが明らかとなる。したがってここでの α/β や $1 - \alpha/\beta$ がローレンツ曲線の歪度測定上、一つの指標になる。

次に (16) 式の両辺の対数を取り、

$$\log \eta = \log a + \alpha \log \pi + \beta \log (\sqrt{2} - \pi) \quad \text{————— (16')}$$

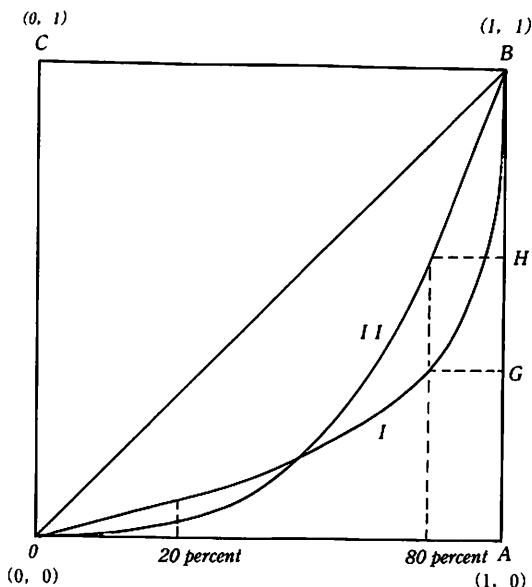
とすることで、通常の最小自乗法が適用できるようになる。ここで、 π は階級分けされた原データの所得階級と所得との累積構成比の和 ($F + F_1$) を $\sqrt{2}$ で除した値である。また η は同じように階級分けされた原データの所得階級と所得との累積構成比の差 ($F - F_1$) を $\sqrt{2}$ で除した値である。

クズネツツ仮説とローレンツ曲線の形状との関係は Kakwani[5] の説明にしたがうと次のようになる (図 (II))。今、第 1・五分位 (下位 20%) に着目してみると、図での曲線 I、II では明らかに、曲線 I の下位 20% の所得が曲線 II のそれより大きい。また、同様に第 5・五分位置 (上位 20%) での所得に着目すれば、明らかに曲線 II が HG の長さだけ、曲線 I より多くのシェアの所得を得ていることになる。このことが何を意味するか。それは、中間所得層の所得シェアは、(1, 1) 方向に歪んでいるローレンツ曲線より (0, 0) 方向に歪んでいるローレンツ曲線の方がより小さい。また (1, 1) 方向に歪んでいる方が、中間所得層は、低所得グループと高所得グループの所得シェアより相対的に大きなシェアを得ていることになる、ということである。

さて、クズネツツの仮説は一言で述べるなら、それは一国経済は発展するにつれて中間所得層のシェアが増大する、と要約できる。このことは、ローレンツ曲線の形状でみると、経済発展がローレンツ曲線の歪度を (0, 0) 方向から (1, 1) 方向、すなわち図 III の分布 (I) から分布 (II) の方向へ移行することを意味している。したがって、もし二カ国の所得分布を描き、両国ともに (0, 0) 方向へ歪んでいることが確められたなら、その歪みの程度の大きい国が経済発展の程度が低い、ということが明らかとなる。

以上のことから、本章で導かれた尺度 α/β が経済発展の程度を示す一指標となり得ることが確認できた。

図 (III)



〔Ⅲ〕 クズネッツ仮説とローレンツ曲線の歪度

——計測結果と比較——

本章では、国連統計を用いて世界36カ国に関する所得分布上でのローレンツ曲線の歪度 (β/α) 計測の結果及びジニ係数測定の結果や五分位値での計測結果等を示す。Kakwani〔5〕の計測結果とも若干の比較を試みたい。

まず、原資料について解説をしておく。原資料は、Statistical Papers, Series M, No. 79, National Accounts Statistics : Compendium of Income Distribution Statistics, United Nations, New York, 1985²⁾で、世界57カ国の代表的所得分布統計が収録されている。国によっては複数の分布統計が掲載されていたり、統計調査名やその方法だけが報告され

2) 以後、Statistical Papers, M. No. 79, と略記する。

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

ていて、統計表が掲載されていない場合も多く、結局利用可能な36カ国についての計測を試みた。各国の原所得分布統計の詳しい性格は、Statistical Papers, M No.79 に Summary Table としてまとめられているので、これを引用する(表I)。表は、左欄より、国名・調査年・調査方法の基本的性格・調査対象地域・調査対象人口の全人口に対する割合・所得分布統計での全世帯所得の、国民経済計算における全世帯所得に対する割合・所得受取単位・所得の種類(total=課税前, available=課税後)の順である。また、表中の(a/) (b/)及び(数字/)は脚注番号で、国際的ガイドラインからの例外の説明を示している。その脚注も全て引用しておく。

さて、表IIはKakwaniによってなされた計測結果である。原資料の調査年はほぼ1960年代とみてよい。アジア、アフリカ、ラテンアメリカそれに先進国という区別がなされている。最右欄 R^2 は決定係数で大変よいあてはまりをみせている。

表IIIは、今回筆者が行なった計測結果である。Kakwaniの様式にまとめたが、地域ごとにまとめることはせず、一人当たりGNPの大きさを配列を行なった。各国の経済発展は、Kakwaniに従いとりあえずドル建ての国民一人当たりGNPを採用した。また R^2 の右欄には α/β とGini係数を示してある。調査年はSummary Tableによれば、ほぼ1980年であるからKakwaniの約15~16年後の計測結果と考えてよい。また一国が複数の所得分布を報告している場合には、できるだけ課税前所得を採用するようにした。

表IIに更に五分位階級別所得シェアを基にした下位40%、中間層40%それにトップ20%とジニー係数それに (α/β) が、それぞれ表4で比較されている。 α/β は先進国以外は大方1を上まわっていて、ジニー係数そのものとはあまり大きな相関がみられず、むしろ下位20%それに中間層40%との相関が大きいようにみえる。

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表Vでは、Kakwani 同様表Ⅲに更に五分位所得階級別所得シェアを基にした下位40%、中間層40%、それにトップ20%と最上位10%、ジニー係数、 (α/β) が示されている。 (α/β) は全般的に小さくなっている。1を越えたものは Banglادish と India の2カ国だけである。これには Kakwani〔5〕で大きく1を上まわった国々の原資料が今回入手できなかったことが大きく影響している。また、ここでも (α/β) はジニー係数よりも中間層40%、下位40%等に大きく相関しているように思われる。

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 I Summary Table

Country	Year	Source	Coverage			Concepts	
			Geog.	Pop.	Nat. Acc	Reclp.	Income
Australia a/b/	1978-79	Survey	Nat.		77%	Fam.	Total 1/
Austria a/	1976	Tax data	Nat.	90%		Indiv.	Total
Bahamas a/	1979	Survey	Nat. 3/	80%		Househ	Total 1/2/
Bangladesh a/ a/	1973-74 1976-77 1977-78	Survey Survey Survey	Nat. Nat. Nat.			Househ Househ Househ	Total Total Avall.
Belgium	1978-79	Survey	Nat.	99%		Househ	Avall.
Bermuda a/b/	1982	Survey	Nat.			Househ	Total 4/
Botswana	1974-75	Survey	Rural			Househ	Avall.
Brazil a/	1982	Survey	Nat. 6/	97.5%		Househ	Total 1/5/
Bulgaria a/b/	1982	Survey	Nat.			Househ	Total 7/8/
Canada	1981	Survey	Nat. 9/	98%	81%	Family	Total 1/10/ 1/10/ Avall.
Czechoslovakia a/	1981	Survey	Nat.			Househ 39/	Avall.
Denmark a/	1981	Survey	Nat.			Househ	Total 1/11/ 1/11/ Avall.
Dominican Rep. a/	1976-77	Survey	Nat.	92%		Househ 12/	Avall.
El Salvador	1976-77	Survey	Nat.			Househ	Avall.
Finland	1981	Comb.	Nat.		77%	Househ	Avall.
France a/	1975	Tax data	Nat.		64% 27/	Househ	Total 1/
Gorman Dem. Rep a/b/	1980	Survey	Nat. 13/			Househ	Avall. 7/
Germany. Fed Rep	1978	Survey	Nat. 14/	91%	72%	Househ 15/	Total Avall.
Guatemala a/	1979-81	Survey	Nat.			Househ	Total 16/

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 I つづき

Country	Year	Source	Coverage			Concepts	
			Geog.	Pop.	Nat. Acc	Recip.	Income
Hong Kong a/	1981	Census	Nat.	100%		Househ	Total 10/
Hungary	1982	Survey	Nat.	99.7%		Househ	Avall.
India a/	1975-76	Survey	Nat.	99%		Family	Total
Ireland	1980	Survey	Nat.		65%	Househ	Total 1/ Avall. 17/1/
Israel a/	1979-80	Survey	Urban	87%		Househ	Avall. 18/
Japan a/	1979	Survey	Nat. 19/	95%		Househ 15/	Total 1/10/
Malawi	1979-80	Survey	Urban			Househ	Total 4/
Mauritius a/	1980-81	Survey	Nat.			Househ	Total
Mexico	1977	Survey	Nat.			Househ 15/	Avall. 17/
Spain	1980-81	Survey	Nat.	98%		Househ 15/	Avall. 16/
Sri Lanka a/	1980-81	Survey	Nat.			Househ 30/	Total
Sweden a/ a/	1981	Comb.	Nat.		74%	Family 31/	Total 32/ Avall. 32/
Switzerland	1978	Tax data	3 can- tons	42%	77%	Tax payer	Total 1/2/7/ Avall. 1/2/7/
Thailand a/	1975-76	Survey	Nat.			Househ 15/	Total
Trinidad Tobago a/	1975-76	Survey	Nat.			Househ 33/ 15/	Total 1/4/
Turkey a/	1973	Survey	Nat.			Househ	Avall. 34/
United Kingdom	1982	Survey	Nat.			Househ	Total 1/ Avall. 1/

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 I つづき

Country	Year	Source	Coverage			Concepts	
			Geog.	Pop.	Nat. Acc	Reclp.	Income
U R of Tanzania	1976-77	Survey	Nat.			Househ	
U S A	a/ 1980 a/	Survey	Nat.	98%	73%	Househ ^{30/}	Total ^{1/10/} Avall. ^{1/10/}
Uruguay	1983	Survey	Urban			Househ	Avall.
Venezuela	1981	Survey	Nat. 35/			Househ	Total 36/
Yugoslavia	a/ 1978	Survey	Nat.			Househ ^{37/}	Total ^{1/16/}
Zambia	1974-75	Survey	Nat.			Househ	Total ^{2/38/}
Nepal	1976-77	Survey	Nat.			Family	Total 1/
Netherlands	1981	Survey	Nat.	98%	70%	Househ	Total 20/ Avall. 20/
New Zealand	a/ 1981-82	Survey	Nat.			Househ	Total ^{1/10/}
Nigeria	1975	Survey	Nat.			Househ	Total
Norway	1982	Comb.	Nat.	98%	75%	Househ ^{21/}	Total ^{20/} Avall. ^{20/}
Pakistan	1979	Survey	Nat.	93.3%		Househ	Total
Panama	1983	Survey	Nat.			Househ	Total
Peru	1977-78	Survey	Urban 22/			Househ	Total
Philippines	a/ 1971	Survey	Nat.			Family	Total ^{23/}
Poland	b/ 1983	Survey	Nat. 24/			Househ ^{39/}	Total ^{1/25/} Avall.
Rep. of Korea	1981	Survey	Urban 26/			Househ ^{12/}	Total ^{1/28/} Avall. ^{1/28/}
Rounlon	a/ 1976-77	Survey	Nat.			Househ	Total ^{1/10/}
Romania	1976	Survey	Nat.			Family	Total 7/
Seychelles	a/ 1978	Survey	Nat.	98%		Househ	Total ^{16/}
Singapore	a/b/ 1977-78	Survey	Nat. 29/			Househ ^{12/}	Total

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 I つづき

(Footnotes to the summary table)

- a Quintile distribution has been estimated by the United Nations.
- b Quintile distribution is based on per capita rather than household income.
- 1 Excluding imputed rent of owner occupied dwellings.
- 2 Excluding transfers received.
- 3 Covering the two largest islands only.
- 4 Excluding value of production for own consumption.
- 5 Excluding value of transfers received in kind.
- 6 Excluding the northern region.
- 7 Excluding property income.
- 8 Includes the value of free education and medical services.
- 9 Excluding residents of Yukon and Northwest Territories and Indian reserves.
- 10 Excluding income in kind.
- 11 Excluding wages and salaries in kind.
- 12 Excluding one-person households.
- 13 Excluding households of collective farmers and pensioners.
- 14 Excluding households with a net monthly income of DM 20,000 and over.
- 15 Excluding boarders and servants.
- 16 Including non-regular transfers and other extraordinary income such as sale of property.
- 17 Social security and pension fund contributions are not deducted.
- 18 Including imputed value of owned automobile.
- 19 Excluding households whose heads were engaged solely or mainly in agriculture, forestry and fishery.
- 20 Interest payments, pension premiums, insurance premiums and periodic payments have been deducted.
- 21 A household never comprises more than one married couple.
- 22 Covering 13 main cities.

(Footnotes to the summary table) (continued)

- 23 Excluding interest and scholarships.
- 24 Excluding persons who are self-employed in industries other than agriculture.
- 25 Including income from property sales and net changes in savings deposits, credits and loans.
- 26 Excluding farmers' households, fishermen's households and households whose income and expenditure are difficult to estimate.
- 27 Figure provided by the national statistical authority.
- 28 Excluding gross entrepreneurial income of unincorporated enterprises.

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 I つづき

- 29 Covering the main island only.
- 30 Including lodgers.
- 31 Children over 18 years of age residing with their parents are considered as separate households.
- 32 Excluding private transfers received and tax-free fringe benefits from employment.
- 33 Covering the nine major administrative areas.
- 34 Excluding remittances from abroad. Social security and pension fund contributions have not been deducted.
- 35 Excluding indigenous (jungle) population.
- 36 Only income from work (including tips and commissions) and entrepreneurial activities is included.
- 37 Excluding boarders.
- 38 Excluding interest and dividends received.
- 39 Income data are presented on per capita basis only.

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 II Parameter Estimates of the New Coordinate System for the Lorenz curve

Country	Year	Population	GDP per capita, 1970 (U. S. dollars)	a	α	β	R^2
Asia							
Indonesia	1971	Income recipients	101	0.342	0.843	0.488	0.996
India	1964/65	Income recipients	98	0.368	0.820	0.606	0.998
Pakistan	1970/71	Households	—	0.295	0.887	0.770	0.999
Malaysia	1970	Per capita	353	0.458	0.893	0.795	0.999
Sri Lanka	1969/70	Households	174	0.370	0.974	0.869	0.999
Hong Kong	1971	Households	745	0.386	0.879	0.786	0.998
Korea	1971	Households	260	0.323	0.867	0.797	0.999
Taiwan	1964	Households	—	0.282	0.817	0.754	0.999
Philippines	1971	Households	259	0.478	0.915	0.897	0.999
Thailand	1970	Households (urban)	183	0.377	0.924	0.912	0.998
South Vietnam	1964	Households	235	0.304	0.832	0.823	0.999
Africa							
Madagascar	1960	Population	—	0.473	0.949	0.624	0.996
Ivory Coast	1959	Population	347	0.373	0.893	0.615	0.990
Dahomey	1959	Population	—	0.353	0.792	0.554	0.995
Malawi	1969	Households	74	0.411	0.913	0.715	0.999
Chad	1958	Population	—	0.315	0.878	0.701	0.988
Tanzania	1967	Households	100	0.458	0.945	0.756	0.995
Senegal	1960	Population	217	0.569	0.969	0.851	0.996
Uganda	1970	African male	135	0.369	0.888	0.829	0.999
Sierre Leone	1968/69	Households	177	0.551	0.847	0.821	0.998
Sudan	1963	Households	117	0.438	0.928	0.913	0.999
Latin America							
Argentina	1961	Households	1,078	0.395	0.964	0.730	0.993
Chile	1968	Households	684	0.466	0.939	0.780	0.999
Venezuela	1971	Economically active population	999	0.606	0.977	0.853	0.998
Costa Rica	1971	Per capita	544	0.452	0.941	0.839	0.999
Colombia	1970	Economically active population	409	0.557	0.984	0.905	0.999

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表Ⅱ つづき

Country	Year	Population	GDP per capita, 1970 (U. S. dollars)	a	α	β	R^2
Brazil	1970	Households	391	0.576	0.978	0.911	0.999
Mexico	1967/68	Households	682	0.501	0.930	0.861	0.999
Dominican Rep.	1969	Households	363	0.473	0.929	0.868	0.999
Panama	1969	Economically active population	731	0.533	0.925	0.868	0.999
El Salvador	1965/67	Population	291	0.537	0.950	0.921	0.998
Ecuador	1968	Households (urban)	269	0.531	0.959	0.940	0.999
Barbados	1969/70	Economically active population	639	0.352	0.733	0.763	0.991
Developed Countries							
United States	1970	Per capita	4,747	0.284	0.769	0.847	0.996
Sweden	1963	Income recipients	4,090	0.368	0.807	0.879	0.993
Canada	1965	Households	3,874	0.301	0.805	0.871	0.998
Denmark	1963	Income recipients	3,170	0.343	0.792	0.849	0.997
Germany, Fed. Rep. of	1969	Households	3,049	0.315	0.848	0.912	0.998
Australia	1967/68	Households	2,932	0.274	0.763	0.818	0.998
Norway	1963	Income recipients	2,932	0.299	0.686	0.819	0.998
France	1962	Households	2,889	0.418	0.838	0.893	0.996
Netherlands	1967	Income recipients	2,408	0.397	0.811	0.822	0.994
Finland	1962	Income recipients	2,213	0.426	0.792	0.881	0.996
New Zealand	1970/71	Income recipients	2,195	0.320	0.739	0.852	0.990
United Kingdom	1968	Households	2,139	0.315	0.828	0.910	0.995
Japan	1968	Households	1,911	0.330	0.733	0.796	0.999
Greece	1957/58	Households	1,094	0.342	0.848	0.812	0.999
Hungary	1967	Population	1,037	0.202	0.664	0.791	0.999
Yugoslavia	1968	Households	—	0.315	0.823	0.862	0.999
Spain	1964/65	Households	957	0.364	0.870	0.854	0.997

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表Ⅲ Parameter Estimates of the New Coordinate System for the Lorenz Curve for 36 Countries

国名	GNP/人	A	α	β	R^2	α/β	Gini index
Bahamas		-0.880169	0.844552	0.94965	0.999352	0.88933	0.419063
Bangladesh	120	-0.936949	0.877845	0.689589	0.999966	1.273	0.448796
India	240	-0.705952	0.958705	0.957013	0.999802	1.00177	0.433313
Sri Lanka	270	-1.14716	0.788426	0.824546	0.995509	0.956194	0.355926
Pakistan	300	-0.58675	0.992672	1.08208	0.997455	0.917375	0.500631
El Salvador	590	-0.923805	0.897	0.908082	0.999398	0.987796	0.403874
Philippines	720	-0.742193	0.904559	0.927341	0.999832	0.975433	0.483548
Republic of Korea	1520	-1.3112	0.827709	0.86636	0.999875	0.955387	0.291739
Brazil	2050	-0.446524	1.02751	1.02768	0.992123	0.999828	0.567751
Mexico	2130	-0.746053	0.904383	0.993975	0.999889	0.909865	0.466054
Yugoslavia	2620	-1.14945	0.804242	0.91909	0.999879	0.875041	0.333966
Uruguay	2620	-0.916854	0.884676	0.889008	0.998405	0.995128	0.410085
Poland	3900	-1.60937	0.709136	0.821291	0.997837	0.863441	0.232375
Israel	4055	-1.00825	0.858332	0.983843	0.99802	0.872428	0.366942
Bulgaria	4150	-1.63328	0.717148	0.840991	0.9998	0.852741	0.221682
Hungary	4180	-1.35647	0.762498	0.946672	0.998133	0.805451	0.276449
Hong Kong	4210	-0.991013	0.836428	0.90975	0.999571	0.919404	0.391028
Singapore	4480	-0.912206	0.797358	0.905145	0.999851	0.880918	0.420064
Ireland	4680	-1.00421	0.846551	1.04712	0.998923	0.808454	0.362005
Spain	5350	-1.26388	0.79043	0.8169	0.999523	0.967597	0.316578
Czechoslovakia	5620	-1.57643	0.71097	0.862835	0.997087	0.823993	0.237686
New Zealand	7090	-1.12965	0.789752	1.08665	0.999758	0.726777	0.323071
German Democratic Republic	7180	-1.78858	0.571067	0.84774	0.99955	0.673634	0.208743
U. K.	7920	-1.08177	0.829905	1.09504	0.998839	0.757876	0.332199
Finland	9720	-1.05047	0.839634	1.00536	0.995739	0.835159	0.352214
Australia	9820	-1.02918	0.832989	0.938781	0.996962	0.887308	0.370443
Japan	9690	-1.10644	0.773722	0.862716	0.9997	0.896844	0.366345
Canada	10130	-1.01682	0.840202	1.12502	0.997375	0.746835	0.347243
U. S. A.	11360	-0.971328	0.837127	0.942921	0.997429	0.887802	0.397187
Netherlands	11470	-1.38742	0.796782	0.851824	0.998908	0.935383	0.274539
Belgium	12180	-1.38344	0.768023	0.824492	0.997474	0.93151	0.283509
Norway	12650	-1.1201	0.825703	0.988403	0.998001	0.835391	0.334341
Denmark	12950	-1.02653	0.888857	1.09365	0.997567	0.812745	0.337918
Sweden	13520	-1.05683	0.843729	0.988782	0.998683	0.853302	0.34927
Germany, Federal Republic of	13590	-0.769562	0.924723	0.970266	0.998941	0.953062	0.450898
Switzerland	16440	-1.25632	0.684104	0.821321	0.998735	0.832932	0.331417

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表IV Income Shares, Gini Index, and a Measure of Skewness of the Lorenz Curve in 50 Countries

Country	Income share of bottom 40 percent	Income share of middle 40 percent	Income share of top 20 percent	Gini index	α/β
Asia					
Indonesia	17.3	30.7	52.0	0.462	1.725
India	15.5	32.6	51.9	0.467	1.352
Pakistan	20.6	37.9	41.5	0.33	1.152
Malaysia	12.4	32.6	55.0	0.504	1.123
Sri Lanka	17.9	36.5	45.6	0.378	1.121
Hong Kong	15.6	35.4	49.0	0.430	1.118
Korea	18.7	37.9	43.4	0.360	1.088
Taiwan	20.3	38.9	40.8	0.329	1.084
Philippines	11.9	34.1	54.0	0.494	1.020
Thailand	16.8	38.0	45.2	0.385	1.014
South Vietnam	19.2	39.5	41.3	0.340	1.010
Average	(16.9)	(35.8)	(47.2)	(0.407)	
Africa					
Madagascar	13.0	26.9	60.1	0.562	1.520
Ivory Coast	16.5	31.7	51.8	0.456	1.453
Dahomey	15.8	32.5	51.7	0.467	1.428
Malawi	15.0	32.1	52.9	0.470	1.277
Chad	19.3	35.9	44.8	0.369	1.253
Tanzania	13.5	30.8	55.7	0.503	1.25
Senegal	9.4	28.1	62.5	0.587	1.139
Uganda	16.6	36.8	46.6	0.401	1.071
Sierre Leone	7.2	30.0	62.8	0.612	1.031
Sudan	13.9	36.0	50.1	0.446	1.016
Average	(14.02)	(32.08)	(53.9)	(0.487)	
Latin America					
Argentina	16.6	32.5	50.9	0.437	1.321
Chile	13.0	31.2	55.8	0.506	1.203
Venezuela	8.2	26.4	65.4	0.622	1.146
Costa Rica	13.6	33.2	53.2	0.416	1.122
Colombia	10.1	29.8	60.1	0.557	1.088
Brazil	9.2	29.3	61.5	0.574	1.074
Mexico	11.2	31.9	56.9	0.524	1.081
Dominican Rep.	12.4	33.3	54.3	0.493	1.071
Panama	9.8	30.8	59.4	0.557	1.066

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表N つづき

Country	Income share of bottom 40 percent	Income share of middle 40 percent	Income share of top 20 percent	Gini index	α/β
El Salvador	10.1	31.8	58.1	0.539	1.031
Ecuador	10.5	32.3	57.1	0.526	1.021
Barbados	14.7	38.4	46.9	0.426	0.960
Average	(11.6)	(31.7)	(56.6)	(0.515)	
Developed Countries					
United States	19.5	41.4	39.1		
Sweden	16.0	39.5	43.3	0.406	0.918
Canada	19.0	41.0	40.0	0.333	0.924
Denmark	16.3	39.7	44.0	0.386	0.932
Germany, Fed. Rep. of	18.9	40.8	40.3	0.334	0.930
Australia	20.0	41.1	38.9	0.318	0.933
Norway	17.1	41.9	41.0	0.362	0.838
France	10.0	35.3	54.7	0.518	0.939
Netherlands	13.7	37.0	49.3	0.449	0.987
Finland	11.7	37.9	50.4	0.473	0.899
New Zealand	16.7	41.3	42.0	0.371	0.867
United Kingdom	18.5	41.2	40.3	0.362	0.838
Japan	16.0	39.9	44.1	0.393	0.921
Greece	17.4	37.9	44.7	0.381	1.045
Hungary	23.7	42.7	33.6	0.251	0.839
Yugoslavia	18.4	40.2	41.4	0.347	0.955
Spain	16.5	38.0	45.5	0.393	1.019
Average	(17.0)	(39.8)	(43.1)	(0.380)	

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表 V Income Shares, Gini Index, and a Measure of Skewness of the Lorenz Curve in 36 Countries

country	bottom 40%	middle 40%	top 20%	highest 10%	Gini index	α/β
Australia	19.1	42.3	38.6	23.2	0.370443	0.887308
Austria	14.2	40.7	45.1	28.7		
Bahamas	13.2	38.7	48.1	32.1	0.419063	0.88933
Bangladesh	17.1	36	46.9	32	0.448796	1.273
Belgium	21.6	42.4	36	21.5	0.283509	0.93151
Bermuda	20.2	30.4	39.4	24.7		
Botswana	12	30.4	57.6	42		
Brazil	8.2	28.1	63.7	48.3	0.567751	0.999828
Bulgaria	24.3	29.7	36	22.5	0.221682	0.852741
Canada	15.6	42.9	41.6	25	0.347243	0.746835
Czechoslovakia	24.4	39.8	35.8	21.8	0.237686	0.823993
Denmark	15.9	43.9	40.2	24	0.337918	0.812745
Dominican Rep.	12.7	30.8	56.5	41.7		
El salvador	15.5	37.2	47.3	29.5	0.403874	0.987796
Finland	18.4	43.9	37.6	21.7	0.352214	0.835159
France	13.6	36.5	49.9	34.5		
German Dem. Rep.	29.3	40.9	29.8	17.5	0.208743	0.673634
Germany, Fed Rep	18	42.4	39.6	24	0.450898	0.953062
Guatemala	13.7	29.9	56.4	42.1		
Hong Kong	13.8	34.2	52	37.3	0.391028	0.999571
Hungary	20.5	43.7	35.8	20.5	0.276449	0.805451
India	14.6	35	50.4	34.9	0.433313	1.00177
Ireland	15.4	41.3	43.3	26.5	0.362005	0.808454
Israel	18.3	41.7	40	24.4	0.366942	0.872428
Japan	13.1	30	36.9	22.7	0.366345	0.896844
Mauritius	11.5	18	60.5	46.7		
Mexico	11.4	34.8	53.8	36.3	0.466054	0.909865
Nepal	9.4	26.1	64.5	50.7		
Netherlands	20.2	40.8	38.9	23.9	0.274539	0.935383
New Zealand	15.9	39.4	44.7	28.7	0.323071	0.726777
Norway	17	43	40	23.7	0.334341	0.835391
Pakistan					0.500631	0.917375
Peru	16.5	38.4	45.2	28.4		
Philippines	11.3	32.2	56.5	40.9	0.483548	0.975433
Poland	24.6	40.7	34.7	20.6	0.232375	0.863441
Rep. of Korea	21	39.4	39.6	24.5	0.291	
Singapore	16.8	34	49.2	34.4	0.420064	0.880918

ローレンツ曲線の歪度測定とその応用

表V つづき

country	bottom 40%	middle 40%	top 20%	highest 10%	Gini index	α/β
Singapore	16.8	34	49.2	34.4	0.420064	0.880918
Spain	19.4	40.5	40	24.5	0.316578	0.967597
Sri Lanka	16.2	34	49.8	35.2	0.355926	0.956194
Sweden	17.3	41.7	41	24.6	0.34927	0.853302
Switzerland	18.6	40	41.4	27	0.331417	0.832932
Thailand	13.3	29.6	57.1	42.8		
Turkey	11.4	31.9	56.7	41.5		
United Kingdom	16.8	42.3	41	24.8	0.332199	0.757876
U. S. A.	14.3	40.8	44.9	28.2	0.397187	0.887802
Uruguay	16.9	37.8	45.3	29.3	0.410085	0.995128
Yugoslavia	19.9	40.3	39.8	24.7	0.333966	0.875041

〔Ⅳ〕 むすびにかえて

本稿で考察した結果を以下箇条書きにする。

1) 〔Ⅱ〕で Kakwani〔5〕によって示された、ローレンツ曲線の歪度測定の方法を紹介した。2) その歪度測定方法を用いることによって国連統計の世界86カ国の所得分布統計で、いわゆるクズネット仮説が確認された。3) 約15年前、Kakwani〔5〕によってなされた、世界50カ国の測定結果との比較を行なった。その結果、両者の原資料が完全にマッチしているとはいえず、特に最低所得層諸国に関しては今回ほとんど資料が入手できず、良い比較ができなかったと言わざるをえない。4) しかし、全般に (α/β) の水準は低下し、ローレンツ曲線の(1, 1)方向への歪みの程度が進んでいることがわかった。また (α/β) はジニー係数そのものよりも五分位値での比較が優れていることを示した。5) したがって、ローレンツ曲線の歪度 (α/β) はジニー係数や五分位値等の尺度に対して補完的に並用されることが望ましい³⁾。

〔付記〕 本稿は、昭和62年度文部省科学研究補助金(奨励研究A)による研究成果の一部である。

3) 筆者はほかに二つの試算を行なった。一つは我国の就業構造基本調査(昭和31年～昭和57年)を用いてクズネット仮説を時系列的に確認しようとしたことである。しかし結果は、残念ながらこの仮説がたかだか20～30年の時系列ではとうてい確認できるものではないことを示すものであった。いま一つは、通常3次モーメントにもとづく歪度係数として知られるものを〔Ⅱ〕で得られた η , π に適用して新たな尺度を提示しようとしたことである。こゝでも結果は満足できるものではなかった。今後、検討を加えるつもりである。

参考文献

- [1] 石崎 唯雄 (1983) 『日本の所得と富の分配』 東洋経済新報社
- [2] Johnston, J. (1963), *Econometric Methods*.
New York : McGraw-Hill
- [3] Kravis, I. B. (1959), "Relative Income Shares in Fact and Theory"
American Economic Review, Vol. 49
- [4] Kakwani, N. C. (1976), "On the Estimation of Income Inequality
Measures from Grouped Observations"
Review of Economic Studies, Vol. 43
- [5] — (1980) *Income Inequality and Poverty* Oxford Univ. Press
- [6] Kuznets, S. (1955), "Economic Growth and Income Inequality"
American Economic Review, vol. 45
- [7] 前田 修也 (1983) 「実体分布と不平等」
『東北学院大学論集・経済学』(東北学院大学), 91号
- [8] United Nations (1985), *Statistical Papers, Series M No. 79, National Accounts Statistics : Compendium of Income Distribution Statistics*.