

Structural Characteristics of Scissors-type Emergency Bridge

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2015-05-25 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中沢, 正利, 有尾, 一郎 メールアドレス: 所属:
URL	https://tohoku-gakuin.repo.nii.ac.jp/records/358

シザーズ型緊急橋の構造特性

Structural Characteristics of Scissors-type Emergency Bridges

中沢 正利* 有尾 一郎**
Masatoshi NAKAZAWA Ichiro ARIO

Abstract: In this study, the basic equilibrium equations for a scissors structure are obtained and these equations are applied to a matrix method. This type of structure is revealed as a statically determinate system. The structural characteristics of scissors-type emergency bridges under a cantilevered and simply-supported boundary conditions are evaluated by algebraic calculations. Moreover, a unified derivation method for the sectional forces in each element of bridge is demonstrated for different expanding angles.

Keywords: Scissors Structure, Matrix Method, Statically Determinate, Emergency Bridge

本論文の翻訳元

本論文は

M.Nakazawa and I.Ario: Structural Characteristics of Scissors type-Emergency Bridges, 5th Australian Small Bridges Conference, November 19-20, 2012, Surfers Paradise, Qld, Australia.
を翻訳したものであり、併せて参照頂きたい。

1 まえがき

展開・収納が迅速で容易なシザーズ構造は建築、機械、土木分野で広く使われており、簡易テントや膜構造、一般住宅や工事現場の門扉、空港の昇降機、マジックハンドや Hoberman Sphere¹⁾ などの玩具にも応用されている。

基本シザーズ構造は、そのピボット部で交差する二本のはり部材からなる。この二本のりは容易に回転できるが、曲げモーメントを互いに伝えない。各々のはりの端部にヒンジ接合部を作ることによって単純シザーズ構造を横方向に連結し、多格間シザーズ構造を作ることができるが、シザーズ構造のつりあい式の直接的定式化はほとんど示されていない。

Kwan と Pellegrino²⁾ は、はり要素の一般的なつりあい式に、シザーズ構造特有の境界条件を課して行列の縮約を行い、せん断コネクタで結合された二本の同一平面上にある真直棒からなるパンタグラフユニット (基本シザーズ構造) に対する縮約行列を示している。Kovacs³⁾ はシザーズ構造に simplex 理論を適用し、ピン接続構造の接線剛性方程式をポテンシャルエネルギー論から求め、応用例として一つのシザーズ構造を解いている。

ここでは、展開が容易であるというシザーズ構造の長所を最大限に生かして、たとえば洪水や地震などの震災時に必要となる緊急橋を開発するという観点から、シザーズ橋梁の構造特性を簡便に求めることを目的とする。シザーズ構造の迅速な展開特性は、シザーズ型緊急橋の架設時間を節約し、負傷者の命を助けるためにきわめて有用である。

*東北学院大学工学部 環境建設工学科

**広島大学大学院工学研究科 社会基盤環境工学専攻

このシザーズ構造橋梁は、折りたたまれている状態あるいは展開前には片持ち境界条件であるが、向こう岸に着いた後には横方向に拘束を受ける単純支持境界条件を持つ。仮設中には長手方向の変位は自由であるので、構造を安定させるためにはこの単純支持の拘束が必要不可欠である。

展開する前は自重あるいは死荷重だけが唯一の外力であるが、対岸に到達した後は交通荷重あるいは歩行者荷重が床組を通じて加えられる。一般に、これらのシザーズ構造は骨組みで作られ、不静定構造物であるとして扱われるが、単一シザーズおよび二格間シザーズ構造はつりあい式のみから解くことができる。

一方、3格間あるいはそれ以上のパネルのシザーズ構造を解くためにはFEM解析を実行しなければならないことが予想されるが、これらのつりあい方程式が一意に解けるか否かについての解釈と一般化が、この研究の目的の一つである。ここでは、シザーズ型構造に対しては、単純なつりあい方程式を素直にマトリクス定式化することで十分であることが示されている。

シザーズ構造は一見して解くことが難しいが、実はつりあい式のみで解ける静定構造物であることを理論的に示す。解析に際しては以下の仮定を設ける。(1) 外力は節点のみに作用し、外力モーメントは無い。(2) 中央ピボットでは $M \neq 0$ であるが、他部材にモーメントの伝達は無く、せん断コネクタとして働く。(3) 端部ジョイントのヒンジでは常にモーメントは0となる。

この論文では、Kwan と Pellegrino²⁾ らの方法に比較して、より素直に、基本シザーズ構造のつりあい式からマトリクス定式化を行っている。シザーズ橋梁が展開されている間の片持ち境界条件と、展開が終了してシザーズ橋梁先端が接地した後の、横方向に拘束を受ける単純支持境界条件に対する多格間シザーズ構造の両者の解き方を示している。また、各部材に発生する断面力の算出方法についても合理的な手法を提案している。

2 単格間の基本シザーズ構造

基本シザーズ構造は、図1に示すように、曲げモーメントは伝達しないがせん断コネクタとして働くピボットによって、中点で交差する二本の真っ直ぐなはり部材から構成される。各々のはりの両端は、隣接するはりが回転自由に接合されるようなヒンジを有している。本論文では、荷重として各節点に対する水平および垂直方向の集中荷重のみを考え、外力モーメントは考慮しないものとする。このとき、基本シザーズ構造のつりあい式は

$$\sum H = (H_i + H_j) + (H_\ell + H_m) + H_k = 0 \quad (1)$$

$$\sum V = (V_i + V_j) + (V_\ell + V_m) + V_k = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{at i} = -\lambda(V_\ell + V_m) + 2h(H_j + H_m) - \frac{\lambda}{2}V_k + hH_k = 0 \quad (3)$$

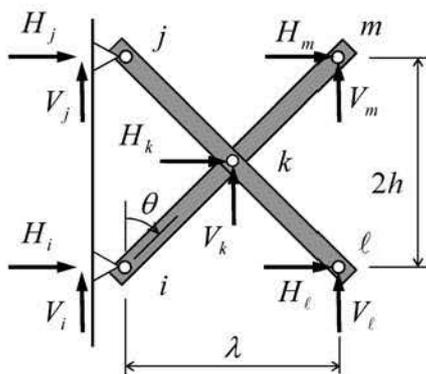


図1: 片持ち境界条件下での基本シザーズ構造 (モーメント0で垂直線から展開角度 θ を持つ)

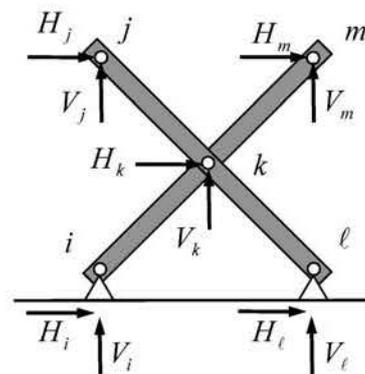


図2: 水平移動を拘束した単純支持境界条件下での基本シザーズ構造

$$\Sigma M_{at j} = -\lambda(V_\ell + V_m) - 2h(H_i + H_\ell) - \frac{\lambda}{2}V_k - hH_k = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma M_{at \ell} = \lambda(V_i + V_j) + 2h(H_j + H_m) + \frac{\lambda}{2}V_k + hH_k = 0 \quad (5)$$

$$\Sigma M_{at m} = \lambda(V_i + V_j) - 2h(H_i + H_\ell) + \frac{\lambda}{2}V_k - hH_k = 0 \quad (6)$$

と表されるが、その中の式 (3)~(6) を足し引きすると

$$(3)-(4): 2h(H_j + H_m) + 2h(H_i + H_\ell) + 2hH_k = 0 \Rightarrow \text{identical to eq.(1)}$$

$$(3)-(5): -\lambda(V_\ell + V_m) - \lambda(V_i + V_j) - \lambda V_k = 0 \Rightarrow \text{identical to eq.(2)}$$

$$(5)-(6): 2h(H_j + H_m) + 2h(H_i + H_\ell) + 2hH_k = 0 \Rightarrow \text{identical to eq.(1)}$$

$$(4)-(6): -\lambda(V_\ell + V_m) - \lambda(V_i + V_j) - \lambda V_k = 0 \Rightarrow \text{identical to eq.(2)}$$

のように (1), (2) 式に帰着することより、独立な式は 4 式のうち 2 式のみであることが分かる。

さらに、 im 部材および $j\ell$ 部材では、中央ピボット節点 k における曲げモーメントの値は 0 ではないが部材間でモーメントの伝達は無く、各々の部材について両端の外力からモーメントの値が求められることより

$$im \text{ 部材} : M_k = \frac{\lambda}{2}V_i - hH_i = \frac{\lambda}{2}V_m - hH_m, \quad \therefore -2hH_i + \lambda V_i = -2hH_m + \lambda V_m \quad (7)$$

$$j\ell \text{ 部材} : M_k = \frac{\lambda}{2}V_j + hH_j = \frac{\lambda}{2}V_\ell + hH_\ell, \quad \therefore 2hH_j + \lambda V_j = 2hH_\ell + \lambda V_\ell \quad (8)$$

と表される。これが、中央ピボットを有するシザーズ構造の力学的特徴の一つである。この結果、4 本の独立なつりあい方程式が得られ、それらは未知反力の数に対応している。基本シザーズ構造のつりあい式は、これらの式 (1),(2),(7),(8) をマトリクス表示することにより、以下のように表せる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_i \\ V_i \\ H_j \\ V_j \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_\ell \\ V_\ell \\ H_m \\ V_m \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_k \\ V_k \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{これをシンボリック表現して} \quad [X_L] \{ij\} = -[X_R] \{\ell m\} - \{Z_k\} \quad (9)$$

あるいは移項して、

$$[X_R] \{\ell m\} = -[X_L] \{ij\} - \{Z_k\} \quad (10)$$

とも書ける。いま、片持ち境界条件の基本シザーズ構造を考えると、未知反力は H_i, V_i, H_j, V_j の 4 個に対して、つりあい条件式は (9) の 4 本が成り立つので静定問題として解くことができ、式 (9) の $\det[X_L] = 4\lambda h$ より、唯一解を持つことが分かる。

同様に、図 2 に示すように、節点 i, ℓ の変位を拘束した単純支持条件下では、つりあい式は

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_i \\ V_i \\ H_\ell \\ V_\ell \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_j \\ V_j \\ H_m \\ V_m \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_k \\ V_k \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[X_L] \{i\ell\} = -[X_R] \{jm\} - \{Z_k\} \quad (11)$$

と表わせるため、(9) 式と同様に、静定問題として唯一解を持つことが分かる。

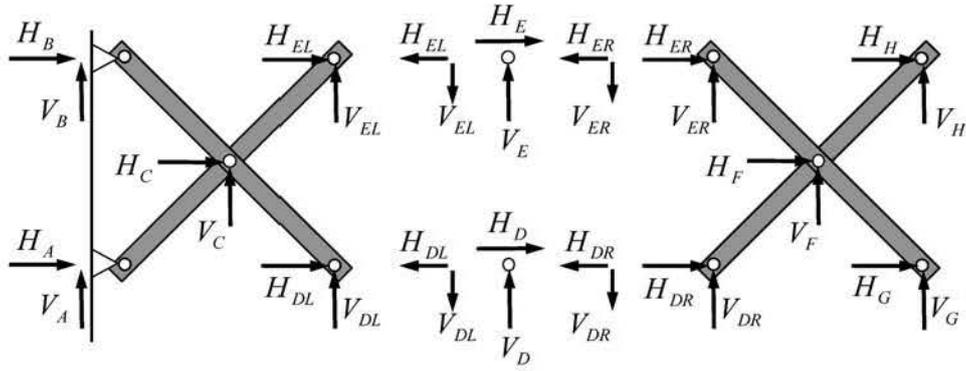


図 3: 片持ち境界条件の下での二格間パネルの節点でのつりあい

3 2 格間を持つシザーズ構造

図 3 に示すように、水平方向に単格間シザーズ 1 と 2 が並ぶ 2 格間パネルを考える。展開前には節点 A と B で片持ち境界条件が適用される。D 点のジョイントでは、節点 D に関するつりあい条件を考慮して、外力 H_D と V_D が左節点力 H_{DL} と V_{DL} および右節点力 H_{DR} と V_{DR} に分配される。この状況は E 点でも同様であり、次のように示される。

$$\begin{Bmatrix} H_{DL} \\ V_{DL} \\ H_{EL} \\ V_{EL} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} H_{DR} \\ V_{DR} \\ H_{ER} \\ V_{ER} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_D \\ V_D \\ H_E \\ V_E \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \{DE_L\} + \{DE_R\} = \{DE\} \quad (12)$$

ここで、シザーズパネル 1 のつりあい条件は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{DL} \\ V_{DL} \\ H_{EL} \\ V_{EL} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_C \\ V_C \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[X_L^1] \{AB\} = -[X_R^1] \{DE_L\} - \{Z_C\} \quad (13)$$

シザーズパネル 2 に対しても、同様なつりあい式が以下のように得られる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{DR} \\ V_{DR} \\ H_{ER} \\ V_{ER} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_G \\ V_G \\ H_H \\ V_H \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_F \\ V_F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[X_L^2] \{DE_R\} = -[X_R^2] \{GH\} - \{Z_F\}$$

$$\therefore \{DE_R\} = -[X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{GH\} - [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} \quad (14)$$

式 (12) と (14) から得られる $\{DE_L\} = \{DE\} - \{DE_R\}$ 式を式 (13) に代入して並べ換えると、

$$\begin{aligned} [X_L^1] \{AB\} &= -[X_R^1] (-\{DE_R\} + \{DE\}) - \{Z_C\} \\ &= [X_R^1] \left(-[X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{GH\} - [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} \right) - [X_R^1] \{DE\} - \{Z_C\} \\ &= -[X_R^1] [X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{GH\} - [X_R^1] [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} - [X_R^1] \{DE\} - \{Z_C\} \end{aligned} \quad (15)$$

が得られる。この結果、片持ち境界条件を持つシザースパネルのつりあい式を解くことは容易で、行列 $[X_L^1]$ の行列式が $4\lambda h$ と得られることより、解は唯一である。さらに、作用外力が与えられれば、式 (15) を直接解くことが可能である。

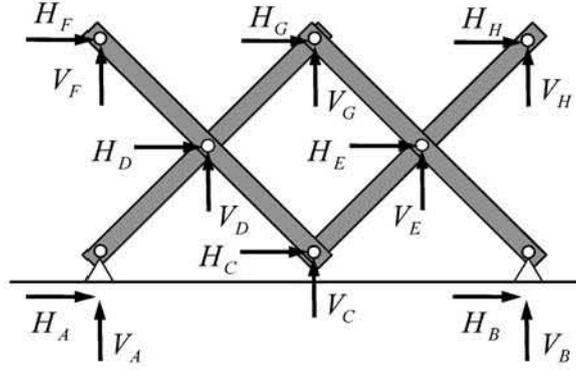


図 4: 単純支持境界条件下での二格間シザース構造

一方、展開した後は、図 4 に示すように、水平移動を拘束した単純支持境界条件が適用されなければならない。ジョイント節点 C と G では、つりあい式は以下ようになる。

$$\{CG_L\} + \{CG_R\} = \{CG\} \quad (16)$$

シザースパネル 1 に対するつりあい条件は以下のように示される。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{CL} \\ V_{CL} \\ H_{GL} \\ V_{GL} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_D + H_F \\ V_D + V_F \\ 0 \\ 2hH_F + \lambda V_F \end{Bmatrix}$$

$$[X_R^1] \{CG_L\} = -[Y1] \{AB\} - \{Z_{DF}\}$$

$$\therefore \{CG_L\} = -[X_R^1]^{-1} [Y1] \{AB\} - [X_R^1]^{-1} \{Z_{DF}\} \quad (17)$$

パネル 2 に対しても同様なつりあい式が得られ、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{CR} \\ V_{CR} \\ H_{GR} \\ V_{GR} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2h & -\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_E + H_H \\ V_E + V_H \\ 2hH_H - \lambda V_H \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[X_L^2] \{CG_R\} = -[Y2] \{AB\} - \{Z_{EH}\}$$

$$\therefore \{CG_R\} = -[X_L^2]^{-1} [Y2] \{AB\} - [X_L^2]^{-1} \{Z_{EH}\} \quad (18)$$

式 (17) と (18) を式 (16) に代入して書き直すと、

$$\left[-[X_R^1]^{-1} [Y1] - [X_L^2]^{-1} [Y2] \right] \{AB\} = \{CG\} + [X_R^1]^{-1} \{Z_{DF}\} + [X_L^2]^{-1} \{Z_{EH}\} \quad (19)$$

$$\text{ここで、} [P] \equiv \left[-[X_R^1]^{-1} [Y1] - [X_L^2]^{-1} [Y2] \right] \quad (20)$$

が得られる。反力ベクトル $\{AB\}$ が有意な解を持つか否かを評価するためには、行列 $[P]$ の行列式を調べればよい。さらに、外力が与えられれば、式 (19) を直接解くことができる。

4 単純支持境界条件の下での三格間シザーズ構造

図5は節点A, Bで単純支持された三格間シザーズ構造を示しており、基本シザーズ構造を3つ並べたものである。個々のシザーズパネル間のつりあい条件は次のようになる。

$$\{CI_L\} + \{CI_R\} = \{CI\} \quad (21)$$

$$\{DJ_L\} + \{DJ_R\} = \{DJ\} \quad (22)$$

パネル1のつりあい式は

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{CL} \\ V_{CL} \\ H_{IL} \\ V_{IL} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_E + H_H \\ V_E + V_H \\ 0 \\ 2hH_H + \lambda V_H \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [X_R^1] \{CI_L\} &= -[Y1] \{AB\} - \{Z_{EH}\} \\ \therefore \{CI_L\} &= -[X_R^1]^{-1} [Y1] \{AB\} - [X_R^1]^{-1} \{Z_{EH}\} \end{aligned} \quad (23)$$

と表され、パネル2に対するつりあい式は、式(9)と同じ基本的な関係式によって次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{CR} \\ V_{CR} \\ H_{IR} \\ V_{IR} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2h & -\lambda \\ -2h & -\lambda & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{DL} \\ V_{DL} \\ H_{JL} \\ V_{JL} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_F \\ V_F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [X_L^2] \{CI_R\} &= -[X_R^2] \{DJ_L\} - \{Z_F\}, \\ \therefore \{CI_R\} &= -[X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{DJ_L\} - [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{inversely } [X_R^2] \{DJ_L\} &= -[X_L^2] \{CI_R\} - \{Z_F\} \\ \therefore \{DJ_L\} &= -[X_R^2]^{-1} [X_L^2] \{CI_R\} - [X_R^2]^{-1} \{Z_F\} \end{aligned} \quad (25)$$

パネル3に対するつりあい式もまた次のように表される。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -2h & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2h & \lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{DR} \\ V_{DR} \\ H_{JR} \\ V_{JR} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2h & -\lambda \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_A \\ V_A \\ H_B \\ V_B \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} H_G + H_K \\ V_G + V_K \\ 2hH_K - \lambda V_K \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} [X_L^3] \{DJ_R\} &= -[Y3] \{AB\} - \{Z_{GK}\} \\ \therefore \{DJ_R\} &= -[X_L^3]^{-1} [Y3] \{AB\} - [X_L^3]^{-1} \{Z_{GK}\} \end{aligned} \quad (26)$$

次の段階では、式(21)に式(23)と式(24)を代入し、次のように書き直すと

$$-[X_R^1]^{-1} [Y1] \{AB\} - [X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{DJ_L\} = \{CI\} + [X_R^1]^{-1} \{Z_{EH}\} + [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} \quad (27)$$

となる。式(22)と式(26)から $\{DJ_L\}$ を求め、

$$\{DJ_L\} = \{DJ\} - \{DJ_R\} = \{DJ\} + [X_L^3]^{-1} [Y3] \{AB\} + [X_L^3]^{-1} \{Z_{GK}\} \quad (28)$$

それを式(27)に代入すると、次の様になる。

$$\begin{aligned} & \left[-[X_R^1]^{-1} [Y1] - [X_L^2]^{-1} [X_R^2] [X_L^3]^{-1} [Y3] \right] \{AB\} \\ &= \{CI\} + [X_R^1]^{-1} \{Z_{EH}\} + [X_L^2]^{-1} \{Z_F\} + [X_L^2]^{-1} [X_R^2] \{DJ\} + [X_L^2]^{-1} [X_R^2] [X_L^3]^{-1} \{Z_{GK}\} \end{aligned} \quad (29)$$

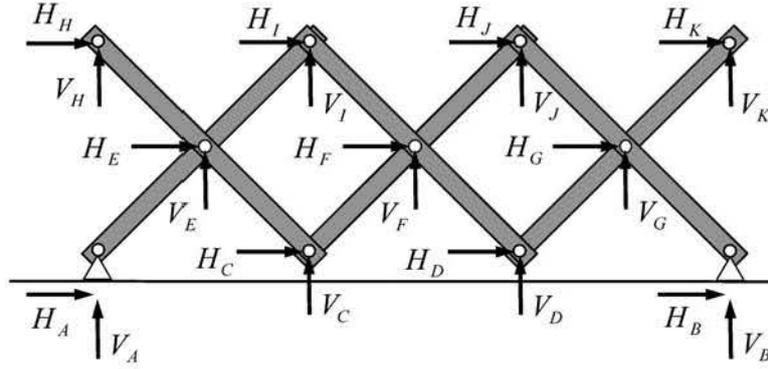


図 5: 単純支持境界条件下での三格間シザース構造

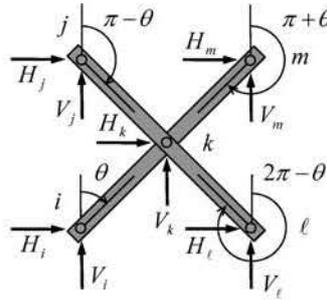


図 6: 基本シザース構造の中の個々の部材の断面力

反力 $\{AB\}$ が有意な値として存在することを評価するためには、 $-[X_R^1]^{-1}[Y1] - [X_L^2]^{-1}[X_R^2][X_L^3]^{-1}[Y3]$ の行列式をチェックすればよい。

一方、式 (22) に式 (25) と式 (26) を代入すると、以下のようになり、

$$-[X_L^3]^{-1}[Y3]\{AB\} - [X_R^2]^{-1}[X_L^2]\{CI_R\} = \{DJ\} + [X_L^3]^{-1}\{Z_{GK}\} + [X_R^2]^{-1}\{Z_F\}$$

式 (21) と式 (23) より、

$$\{CI_R\} = \{CI\} - \{CI_L\} = \{CI\} + [X_R^1]^{-1}[Y1]\{AB\} + [X_R^1]^{-1}\{Z_{EH}\}$$

を上式の代入すると、もうひとつの連立一次方程式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} & [-[X_L^3]^{-1}[Y3] - [X_R^2]^{-1}[X_L^2][X_R^1]^{-1}[Y1]]\{AB\} \\ & = \{DJ\} + [X_L^3]^{-1}\{Z_{GK}\} + [X_R^2]^{-1}\{Z_F\} + [X_R^2]^{-1}[X_L^2]\{CI\} + [X_R^2]^{-1}[X_L^2][X_R^1]^{-1}\{Z_{EH}\} \end{aligned} \quad (30)$$

なお、式 (30) に対して $[X_L^2]^{-1}[X_R^2]$ を左右から乗じると、式 (29) と同じ結果になることが確認されている。

5 個々の要素内断面力の統一的求解法

この節では、節点 i における節点力と断面力のつりあいから、要素内の断面力を求める方法を示す。図 6 では、垂直線から測定される展開角 θ について、節点 i での軸力 N_i とせん断力 S_i の分解を示している。

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} N_i \sin \theta + S_i \cos \theta &= -H_i \\ N_i \cos \theta - S_i \sin \theta &= -V_i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_i \\ S_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -H_i \\ -V_i \end{Bmatrix} \\ \therefore \begin{Bmatrix} N_i \\ S_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -H_i \sin \theta - V_i \cos \theta \\ -H_i \cos \theta + V_i \sin \theta \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

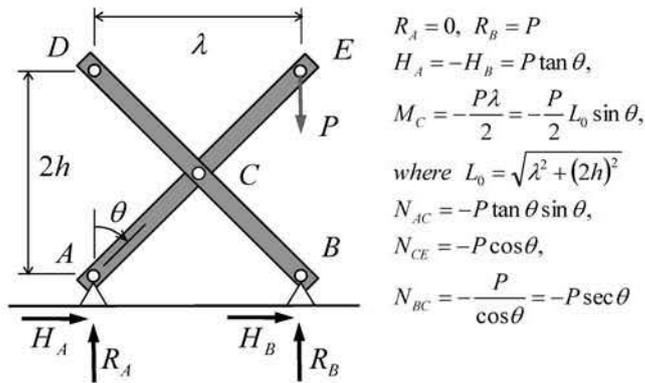


図 7: 単純支持境界条件の下での基本シザーズ構造

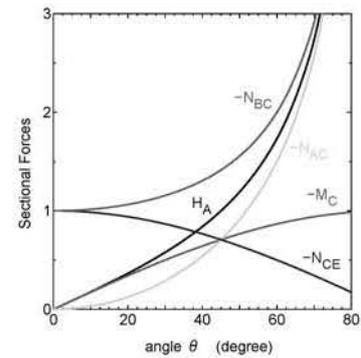


図 8: 断面力の変化

ここで、座標変換行列の行列式は-1となる。

節点 j, k, ℓ におけるその他の節点力は、(31) 式と同じ関係式が適用できるように、各々の節点力および角度を次のように置き換えることによって得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 \text{node } i: & \quad \theta \rightarrow \theta & H_i, V_i, N_i, S_i \\
 \text{node } j: & \quad \theta \rightarrow (\pi - \theta) & H_j, V_j, N_j, S_j \\
 \text{node } \ell: & \quad \theta \rightarrow (2\pi - \theta) & H_\ell, V_\ell, N_\ell, S_\ell \\
 \text{node } m: & \quad \theta \rightarrow (\pi + \theta) & H_m, V_m, N_m, S_m
 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

例として、図 7 は横方向に移動しない単純支持境界条件を持つ基本シザーズ構造を示し、一方図 8 は垂直線から測った角度 θ による断面力の変化を示している。

6 まとめ

- (1) 展開前の場合は片持ち境界条件として、他方の支持点に達した後は横方向移動に対して拘束を持つ単純支持条件として、シザーズ構造のマトリクス定式化を行った。
- (2) この研究で採用した複数パネルのシザーズ構造は静定であり、ここで示したような解析的なマトリクス演算によって力学性状を容易に解くことができることを示した。

参考文献

- 1) http://en.wikipedia.org/wiki/Hoberman_sphere
- 2) A.S.K.Kwan and S.Pellegrino: Matrix formulation of macro-elements for deployable structures, Computers & Structures, Vol.50, No.2, pp.237-254, 1994.
- 3) F.Kovacs: Extended truss theory with simplex constants, Int. J. Solids Structures, Vol.48, pp.472-482, 2011.
- 4) <http://en.wikipedia.org/wiki/Simplex>
- 5) I.Ario, Y.Tanaka, M.Nakazawa, Y.Furukawa, Y.Chikahiro, I.Tanikura, S.Ono: Development of the Prototype of a New Emergency Bridge based on the Concept of Optimized Structure, Proc. 6th of China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems, 2010.
- 6) I.Ario, Y.Furukawa, Y.Tanaka, Y.Chikahiro, S.Matsumoto, M.Nakazawa, I.Tanikura and S.Ono: Dynamic Vibration of a Prototype Deployable Bridge based on MFM, The proceedings of the 9th

World Congress on Computational Mechanics and 4th Asian Pacific Congress on Computational Mechanics(WCCM/APCOM 2010), 2010.

- 7) I.Ario, M.Nakazawa, Y.Tanaka, I.Tanikura and S.Ono: Development of a Prototype Deployable Bridge based on Origami Skill, The 28th International Symposium on Automation and Robotics in Construction(ISARC2011), S28-5, 2011.